

# 構造過渡応答解析とトポロジー最適化に基づく 船殻非破壊検査法の構築

西 津 卓 史

**Key Words:** Non-destructive inspection, Topology optimization, Eigenvalue analysis, Frequency response analysis

## 1. 緒 言

船舶の安全運用において、定期点検において船殻の損傷等を検知するための非破壊検査技術は非常に重要である。この技術においては、例えば、SAW(Surface Acoustic Wave:表面弾性波)と呼ばれる超音波が損傷の検出手段として用いられる。すなわち、検出対象にSAWを伝播させ、それに対する応答をセンシングし、その応答変化より損傷を検知・特定する。損傷箇所の特定制においては、予め想定される損傷パターンにおける応答をデータベース化しておき、応答の類似性より推定するという方法が一般的であるが、船殻のように複雑な構造においては、データベースが大規模かつ多種になりその実現には困難が伴う。それに対し、構造を力学的・数学的にモデル化し、応答の変化を数値計算により解析し損傷箇所を解析的に求める手法が注目されている。

一方で、申請者の所属している研究室では、船殻の振動特性の向上のため構造最適化法の一つであるトポロジー最適化法について研究してきた。トポロジー最適化は最も自由度の高い構造最適化法であり、船舶海洋分野においてもいくつかの応用例が報告されている。これらの関連研究では、いずれも構造物の設計問題に対してトポロジー最適化が用いられているが、損傷同定アルゴリズムにも応用可能であり、自由度の高い損傷探索が実現できる。現在まで、トポロジー最適化に基づく損傷同定法として、周波数応答解析に基づく手法が提案されている。この方法では、損傷構造の周波数応答解析結果をもとに、それを実現する構造をトポロジー最適化により導出し、その結果より損傷位置やおおよその形状を同定することが可能である。本発表では、まず基礎段階として、最も基本的な振動問題である構造の固有値より損傷状態を推定する手法を紹介する。次に表面弾性波の過渡応答解析を簡略化した、超音波領域での周波数応答解析に基づいた損傷同定手法について紹介する。

## 2. トポロジー最適化

トポロジー最適化では、特性関数 $\chi_\Omega$ を導入し、固定設計領域  $D$  において次のように定義し、最適化問題を材料分布問題に置き換える。

$$\chi_\Omega(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_d \\ 0 & \text{if } \mathbf{x} \in D \setminus \Omega_d \end{cases} \quad (1)$$

この定義に基づく特性関数  $\chi_\Omega$  は不連続である。この式を用いて最適化を行うと、要素配置が無数個の不連続を含む形態で得られる可能性があり、このとき数学的に最適解が存在しない。この問題を解決するために SIMP 法を用いることで、特性関数  $\chi_\Omega$  に関する最適化問題を、

次のような連続な密度関数の最適化問題に置き換えて考える。

$$\mathbf{d} = \{d_1, d_2, \dots, d_n\} \quad (2)$$

なお、密度関数  $d_k$  が取る値は  $0 < d_k \leq 1$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, n$ ) である。SIMP 法ではヤング率と質量密度がこの密度関数に関連付けられ、それぞれ以下のように表す。

$$E_i = d_i^3 E_0 \quad (3)$$

$$\rho_i = d_i \rho_0 \quad (4)$$

## 3. 固有値を用いた損傷検出

### 3.1 固有値の算出

構造物の非減衰  $N$  自由度系の振動方程式は、剛性マトリックスを  $\mathbf{K}$ 、質量マトリックスを  $\mathbf{M}$ 、変位ベクトルを  $\mathbf{u}$  とすると、以下の式で表すことができる。

$$(\mathbf{K} - \lambda_n \mathbf{M})\mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

### 3.2 目的関数

目標構造の  $i$  次の固有値  $\lambda_{\text{target}i}$  と最適化構造の固有値  $\lambda_i$  とする。固有値は次数によりオーダーが異なるため、目標応答増の固有値で正規化し、目標関数を式(3)のように設定する。

$$\text{minimize } J_1(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^n w_i \times \frac{(\lambda_{\text{target}i} - \lambda_i)^2}{\lambda_{\text{target}i}^2} \quad (6)$$

### 3.3 数値例

図 1(a)に示すような無次元化された寸法  $2 \times 1$  の平面応力モデルを用いる。左辺の  $x$  変位  $y$  変位ともに完全固定し、右辺の全ての節点に集中質量を付加する。この条件において、図 1(b)のように左辺の中央に半円状の穴が開いた損傷構造を目標構造とする。この目標構造の 5 次の固有値まで用いて最適化を行う。

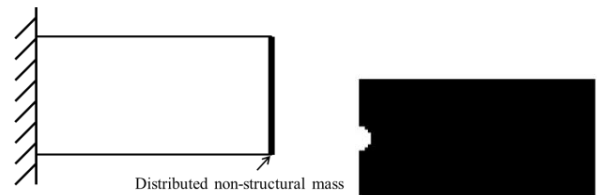


Fig.1 (a) Analysis model (b) Target structure

最適化の結果、目標関数は図 2(a)のように収束した。これにより得られた構造は図 2(b)であり、目標構造と同じ

個所の要素密度が小さくなり、損傷を特定できた。

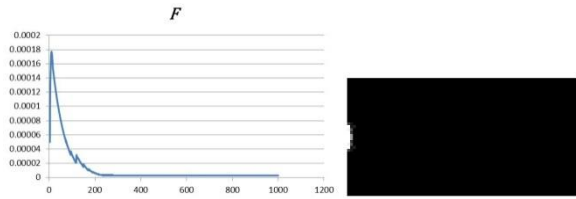


Fig.2 (a) Objective function (b) Result structure

#### 4. 超音波の周波数応答特性を用いた損傷検出

##### 4.1 周波数応答解析

本研究では、構造物の周波数応答解析に有限要素法を用いる。連続体の運動方程式は以下のように表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}e^{i\omega t} \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ : 全体質量マトリクス,  $\mathbf{C}$ : 全体減衰マトリクス,  $\mathbf{K}$ : 全体剛性マトリクス,  $\mathbf{F}$ : 全体荷重ベクトル,  $\mathbf{x}$ : 全体変位ベクトルである。解を  $\mathbf{x} = \mathbf{u}e^{i\omega t}$  と仮定すると、以下の離散化された振動方程式が得られる。

$$(-\omega^2\mathbf{M} + i\omega\mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (6)$$

上式を解くことで周波数  $\omega$  の周期荷重に対する応答変位  $\mathbf{u}$  を得ることが出来る。

##### 4.2 目標関数

本研究では構造中の波動の伝播の様子を評価し、損傷のある構造の波動の伝播の様子に近づくように最適化する。波動の伝播特性を評価するため、周期荷重に対して任意の  $n$  点の応答変位を取得する。よって目標関数はそれぞれの応答変位の差の総和であり、次式のように設定する。また、本研究では同一構造に対し、周波数、境界条件に関して、複数の条件で周波数応答解析を行い、それぞれの条件において波動の伝播の様子が一致するように最適化を行う。以上に基づき、目標関数を次のように定める。

$$\text{minimize } J_2(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\mathbf{u}_{\text{target}ij} - \mathbf{u}_{ij})^2 \quad (8)$$

##### 4.3 数値例

例題とする構造は、500[mm] 四方、厚さ 2[mm] のアルミニウムの板とする。周囲の境界条件は低反射境界であり、遠方まで構造が広がっている状態を近似するように仮定する。トポロジー最適化における設計領域は内側の車線の範囲のみとする。荷重条件は二つの場合を設定する。Fig.2のように周期荷重を与える箇所が異なる条件を設ける。下方から与える場合と左方から与える場合である。それぞれ、2[mm] のウェーブガイド<sup>3)</sup>から周期荷重

を加える。ウェーブガイドの両端はそれぞれ 2[mm] の幅を完全固定している。荷重は境界と垂直方向に加え、周波数は 90[kHz], 100[kHz], 110[kHz] の三種類とする。これは一般的な超音波非破壊検査に用いられている周波数と近いものである。本研究では波動の伝播を評価するために、これらの周期荷重に対する複数点の応答を評価する。

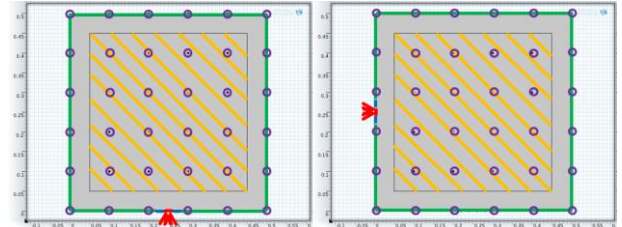


Fig.3 Basic condition

図 4(a)は目標とする損傷構造である。この構造と同等の波動の伝播特性を持つ構造になるように最適化したところ、図 4(b)のような構造を得た。損傷構造を明確に表すことはできていないが、損傷構造の損傷と同様の位置に欠陥が生じていることがわかる。ウェーブガイドと損傷の間に欠陥がなく、ウェーブガイドから見て損傷よりも奥が不明瞭であることから、ウェーブガイドから損傷までの方向と距離を検出できている。

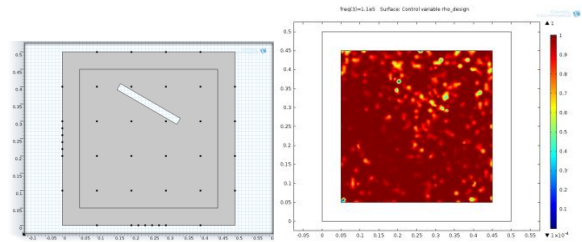


Fig.4 (a) Target structure

(b) Result structure

#### 5. 結 言

本研究では、トポロジー最適化を用いた構造物の損傷検出手法について、構造全体の振動特性に着目した手法を提案した。構造の固有値を用いた手法と、構造の波動の伝播特性を用いた手法の二種類の方法を構築し、それぞれ数値例を用いて検証を行った。いずれの手法においても、損傷形状を明確に表すことはできていないが、損傷位置を検出することができた。

#### 参 考 文 献

- 1) S.Lee, J.E.Kim, Y.Y.Kim: Damage detection by the topology design formulation using modal parameters, Int. J. Numer. Meth. Engng. 69 (2007) 1480-1498.
- 2) H.Niemann, J.Morlier, A.Shahdin, Y.Gourinat: Damage localization using experimental modal parameters and topology optimization, Mechanical Systems and Signal Processing 24 (2010) 636-652