

非可換幾何学に基づくヒッグス模型の湯川相互作用の起源の探究

埼玉大学大学院 理工学研究科 素粒子論研究室

非常勤講師・研究支援員 梁 正樹

1 研究背景：素粒子標準模型と世代構造

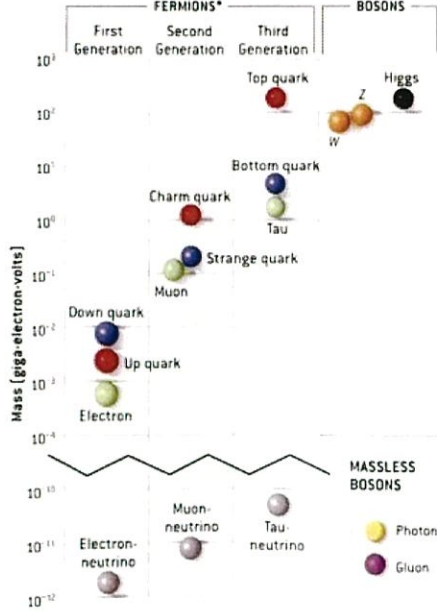


図 1: 標準模型粒子の質量分布。http://universe-review.ca/F15-particle01.htm より引用。『現代の周期表』とも呼ぶような構造をしているが、その起源は謎のままである。

素粒子物理学において、『標準模型』という基本的枠組みが 1970 年代に確立した。これは、物質はクォークとレプトンという基本粒子から構成され、それらの質量がヒッグス粒子によって生み出されているという模型である。

クォークとレプトンは同じ電荷を持つものがそれぞれ 3 種類 (世代) 存在し、ヒッグス粒子から受ける力 (湯川相互作用) の違いにより質量や世代間混合が異なる。標準模型の不満足な点の一つとして、この湯川相互作用の強さの違い (世代構造) が根本的に未説明であるという、『世代の謎』が挙げられる。受賞者はヒッグス粒子の存在を説明する理論として非可換幾何学に基づくヒッグス模型 [Connes, Lott, '90] を研究しているが、この分野で世代構造に関する研究は殆どないと言ってよい。

国内外の多数の研究者によって研究されている (図 2)。この構造はもともと理論に離散的な $S_{3L} \times S_{3R}$ 対称性を課してそれを破る系として考案された。

2 $SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ 大統一模型

世代構造に対するより根源的な理解を探究していくために、統一模型を考えるのが一つの標準的な手法である。先行研究 [Fukugita, Tanimoto, Yanagida, '98] では $SU(5)$ 大統一理論の文脈にこの democratic 湯川行列を埋め込むことを考えた。しかし、この論文ではニュートリノの湯川行列 Y_ν の固有値がほぼ縮退しているため、それ以上の大統一を考えることが難しかった。

よって、本研究 [Yang '16] では、up-type クォークとニュートリノの間の統一を持つような大統一理論の構築を目指した。 $S_{3L} \times S_{3R}$ 世代対称性と両立させるために、大統一群として Pati-Salam 型のゲージ群 $SU(4)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ [Pati, Salam, '74] を選ぶ。ヒッグス場を適切に割り当

$$Y_f = \frac{K_f}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \delta Y_f,$$

図 2: Democratic 湯川行列。ここで、 f は標準模型フェルミオン $f = u, d, e, \nu$ であり、 δY_f は世代対称性を破る寄与を表している。

ることによって観測と矛盾しないクォーク混合（小林益川行列）を実現し、大統一の対称性により、レプトンの実行的な湯川行列がクォークの湯川行列のパラメーターで書かれる。

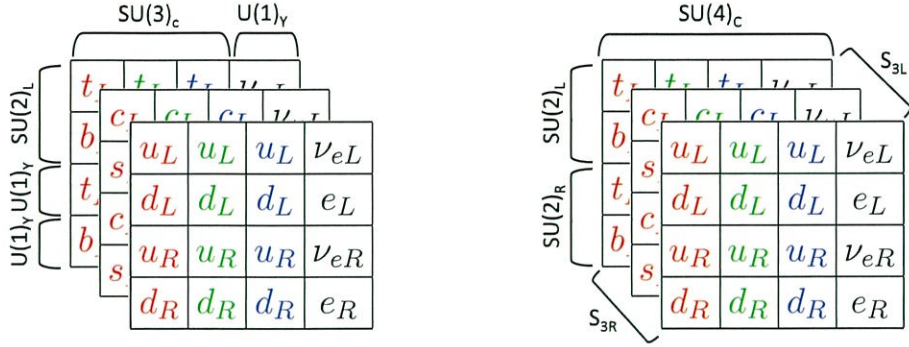


図 3: 標準模型の対称性と、今回研究した Pati-Salam GUT $\times S_{3L} \times S_{3R}$ の対称性の比較。

重い右巻きニュートリノの質量 M_R は、ヒッグス場 Δ_R が真空期待値を獲得した際に $\mathcal{L} = \bar{\Psi}_{Ri}^c Y_{ij} \Delta_R \Psi_{Rj} + h.c.$ という相互作用から発生する。軽いニュートリノ質量 m_ν を説明するためにシーソー機構 [Minkowski '77, Yanagida '79, Gell-Mann, Ramond, Slansky, '79] を仮定すると、 m_ν は湯川相互作用 Y_ν と質量 M_R の行列積で書くことができる：

$$m_\nu = \frac{v^2}{2} Y_\nu^T M_R^{-1} Y_\nu = B_e^* U_{\text{MNS}}^* m_\nu^{\text{diag}} U_{\text{MNS}}^\dagger B_e^\dagger, \quad (1)$$

ここで、 $U_{\text{MNS}} = B_e^\dagger V_\nu$ はニュートリノ混合行列 (MNS 行列) であり、 B_e は荷電レプトンの湯川行列 Y_e を、 V_ν は軽いニュートリノ質量 m_ν をそれぞれ対角化するユニタリー行列である。このとき簡単のために CP 位相を無視すれば、重い右巻きニュートリノの質量行列 M_R は

$$M_R = \frac{v^2}{2} Y_\nu^T m_\nu^{-1} Y_\nu = \frac{v^2}{2} Y_\nu^T B_e U_{\text{MNS}} (m_\nu^{\text{diag}})^{-1} U_{\text{MNS}}^T B_e^T Y_\nu. \quad (2)$$

と低エネルギー観測量であるフェルミオン質量と混合から再構成出来る。

3 結論と考察

数値計算の結果、質量行列 M_R は基本的に表 1 の waterfall 型の世代構造を示すことが分かった。Democratic texture の文脈では cascade 型の世代構造が自然だが、この模型において cascade 型の M_R は行列要素に相殺が起きるような特殊なパラメーター領域でしか実現しない。

M_R の waterfall 構造への強い傾向性は、シーソー関係 $m_\nu = \frac{v^2}{2} Y_\nu^T M_R^{-1} Y_\nu$ と up-type 湯川行列の統一 $Y_\nu \simeq Y_u$ によるものである。このような仮定を持つ大統一理論では、democratic

行列で世代構造を統一的に説明しようとするパラメーターの微調整が必要になることが分かった。よって、 M_R の世代構造の起源を別に用意するか、Froggatt-Nielsen 機構のような統一的に waterfall 型の Y_f と M_R を予言する理論を考えた方が自然であると考えられる。

$\begin{pmatrix} \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \delta & \delta \\ \epsilon & \delta & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \epsilon^2 & \epsilon\delta & \epsilon \\ \epsilon\delta & \delta^2 & \delta \\ \epsilon & \delta & 1 \end{pmatrix}$
cascade	waterfall

図 4: cascade 構造と waterfall 構造 [Haba, et al, '08]。ここで $1 \gg \delta \gg \epsilon$ である。